UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

SETOR DE SOCIAIS APLICADAS

DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

DEMANDA DE MOEDA – MODELOS CIA e MIU - ASPECTOS TEÓRICOS

Autor: Rafael Dunajski Mendes

Orientador: Prof. Armando Vaz Sampaio

Curitiba - PR

2017

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

SETOR DE SOCIAIS APLICADA

DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

Aluno: Rafael Dunajski Mendes

DEMANDA DE MOEDA – MODELOS CIA e MIU - ASPECTOS TEÓRICOS

Curitiba – PR

2017

ALUNO: RAFAEL DUNAJSKI MENDES

DEMANDA DE MOEDA – MODELOS CIA e MIU - ASPÉCTOS TEÓRICOS

Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Economia da Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial para obtenção do Grau de Bacharel em Economia.

Orientador: Prof. Dr. Armando Vaz Sampaio

CURITIBA

2017

TERMO DE APROVAÇÃO

RAFAEL DUNAJSKI MENDES

DEMANDA DE MOEDA – MODELOS CIA E MIU – ASPÉCTOS TEÓRICOS

Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Economia, Setor de Ciências Sociais Aplicadas, da Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial para obtenção do Grau de Bacharel em Ciências Econômicas.

Orientador: Prof. Dr. Armando Vaz Sampaio.
Departamento de Economia, UFPR.

Prof. Dr. Fernando Motta Correia.
Departamento de Economia, UFPR.

Prof. Dr. Maurício Vaz Lobo Bittencourt.
Departamento de Economia, UFPR.

.

SUMÁRIO

Conteúdo

Resumo:

Na monografia, Demanda de Moeda – Aspectos teóricos, através de Wickens (2008), o enfoque principal é a explicação do porquê as famílias, sabendo que a moeda tem uma taxa de retorno negativa, demandam este ativo. A pergunta é respondida ao longo do texto, partindo da restrição nominal das famílias, a qual indica que o seu consumo é dependente de sua renda, somado ao retorno dos seus ativos menos a inflação do período, dada uma quantidade de moeda na economia. A partir desta restrição é que o Modelo de Demanda de moeda (CIA) e Moeda na função Utilidade (MIU) explicam que a moeda é demandada pelas famílias por conta da redução do custo de transação, maximização da utilidade e possibilidade de transferências do consumo ao longo do tempo.

Palavras-chave: restrição nominal das famílias, função utilidade, custo de transação.

Abstract:

The monograph, Demand for Money - Theoretical Aspects, through Wickens (2008), the main focus is an explanation of why families, knowing that the currency has a negative rate of return, still demand this asset. The question is answered along the text, starting from the nominal restriction of families, which indicates that its consumption is dependent on your income, plus the return of its assets less the inflation of the period, given a quantity of money in the economy. From this restriction, the Cash-in-Advance Model (CIA) and Money in the Utility function (MIU) explain that money is demanded by households due to the reduction of transaction costs, utility maximization and the possibility to transfers consumption across time.

Key-words: nominal household restriction, utility function, transaction cost.

CAPÍTULO 1

Introdução:

Para dar início à análise teórica da Demanda por Moeda, é de extrema relevância contextualizar a questão do uso da moeda a partir de três grandes campos: uso da moeda em transações de bens e serviços; uso da moeda como reserva de riqueza para transferir consumo ao longo do tempo; e moeda como forma de crédito hoje para ser reembolsado mais tarde. Nesta monografia iremos concentrar a moeda como meio de transação e moeda como reserva de riqueza para transferir consumo ao longo do tempo.

Feenstra (1989) aborda que dinheiro é um bem de consumo, já Zhang (2000) argumenta que moeda não é apenas um bem de consumo, mas um bem de produção e investimento. Ambos investigam as equivalências qualitativas ao modificar a taxa de crescimento. Zhang (2000) mostra que quando o consumo afeta o equilíbrio da economia, um incremento na moeda é acompanhado por um aumento no lazer e por redução no estoque de capital, trabalho e consumo.

Todas as transações poderiam ocorrer, e já ocorreram através da troca de bens e serviços, porém, a desvantagem é o elevado custo de transação, pois exige uma coincidência de desejos entre as partes no momento da troca. Historicamente, a solução inicial para este problema foi a troca de bens e serviços por ouro e prata, o principal entrave destes metais é que suas ofertas são limitadas, e a medida que as economias crescem é necessário aumentar a quantidade de ouro e prata para financiar as transações.

O estopim para a criação da moeda veio através dos contratos. Inicialmente esses contratos baseavam-se no empréstimo do ouro para pagamento no futuro, e para tanto era cobrada uma taxa extra de ouro no momento em que se pagava o empréstimo. Com o surgimento do mercado secundário, no qual os contratos eram comprados e vendidos por ouro, foi dado início da substituição do ouro e prata por papel. Com o crescimento do comércio, os comerciantes começaram a dominar os empréstimos e estes credores bem sucedidos se institucionalizaram nos bancos. Os poupadores começaram a depositar ouro e prata nos bancos e recebiam uma taxa para tal.

No início, todo esse empréstimo e crédito eram denominados em ouro e prata. À medida que empréstimos bancários e os mercados secundários se desenvolveram, os bancos perceberam que não era preciso combinar empréstimos com uma quantidade equivalente de ouro e prata, desde que os clientes dos bancos tivessem a credibilidade que poderiam retirar os seus depósitos a qualquer momento. A população, com a confiança de que poderia obter ouro e prata quando quisesse, começou a aceitar notas em troca de bens e serviços providos ao Estado.

Com isto as notas começaram a ser aceitas em troca de bens e serviços para todas as transações financeiras da economia, na liquidação de dívidas e como depósitos em bancos. O último passo para a concretização do papel moeda foi quando os governos suspenderam a conversibilidade destas notas em ouro e monopolizaram o fornecimento de notas de crédito.

O sistema monetário ficou configurado da seguinte maneira: o fornecimento de dinheiro líquido pelo banco central, chamado de moeda externa, representa o passivo do banco central; já os depósitos públicos no sistema bancário são chamados de moeda interna e representam o passivo do restante do sistema bancário. A soma entre a moeda externa e interna constitui a oferta total de moeda.

O papel da moeda se estabelece na economia como mais um dos diversos ativos. Assim como todos os ativos, a moeda também demanda credibilidade por parte dos investidores. É plausível assumir que a moeda pode representar atestado de confiabilidade no presente e de confiança (ou desconfiança) no futuro.

Nesta monografia, inicialmente, apresentaremos as restrições das famílias na economia e quais variáveis afetam o seu consumo (CAPÍTULO 2), para que nos capítulos seguintes, Modelo de Demanda de moeda – CIA (“Cash-in-Advance Model”) e Moeda na função Utilidade- MIL (“Money in the Utility Function”) possamos explicar por que, mesmo os consumidores sabendo que a moeda tem uma taxa de retorno negativa, ela ainda é demandada pelas famílias.

CAPÍTULO 2

Restrição Orçamentária Nominal das Famílias

Considerando uma economia descentralizada conforme apresentado em Wickens, (2008), onde as decisões das famílias eram descentralizadas, a restrição orçamentária das famílias eram expressa em termos reais conforme a equação abaixo:

$$\Delta a_{t+1} + c_t = x_t + r_t a_t \qquad (2.1)$$

Onde x_t representa renda, que é exógeno; a_t representa total de ativos reais no início do período t; r_t representa a taxa de retorno real; e c_t: consumo das famílias no período t. A expressão (2.1) representa a igualdade entre gasto e renda.

Também foi apresentado por Wickens, (2008), a restrição orçamentária das famílias em termos nominais, na qual se distingue dois tipos de ativos: M_t: estoque nominal de moeda no período t; e B_t: gasto total de título no período 1, feito no início do período t-1. Podemos assim escrever a restrição orçamentária em termos nominais como:

$$\Delta B_{t+1} + \Delta M_{t+1} + P_t c_t = P_t x_t + R_t B_t \qquad (2.2)$$

Onde P_t representa o nível de preço geral; R_t é a taxa de retorno nominal dos títulos, e R_tB_t é a renda obtida pelos títulos, que é paga no início do período t. Mais detalhes sobre definição de títulos e a sua precificação pode ser visto em Wickens (2008).

A restrição orçamentária real é obtida deflacionando a equação (2.2) pelo nível de preço geral, como apresentado a seguir:

$$\frac{\Delta B_{t+1}}{P_t} + \frac{\Delta M_{t+1}}{P_t} + \frac{P_t c_t}{P_t} = \frac{P_t x_t}{P_t} + \frac{R_t B_t}{P_t}$$

$$\frac{\Delta B_{t+1}}{P_t} + \frac{\Delta M_{t+1}}{P_t} + c_t = x_t + R_t b_t$$

Onde $b_t = \frac{B_t}{P_t}$

$$\frac{\Delta B_{t+1}}{P_t} = \frac{B_{t+1} - B_t}{P_t} = \frac{B_{t+1}}{P_t} - b_t$$

$$\frac{B_{t+1}}{P_t}\frac{P_{t+1}}{P_{t+1}} = \frac{P_{t+1}}{P_t} b_{t+1}$$

$$\frac{P_{t+1}}{P_t} b_{t+1} = \frac{P_t b_{t+1} + P_{t+1} b_{t+1} - P_t b_{t+1}}{P_t} = \frac{P_t b_{t+1}}{P_t} + \frac{(P_{t+1} - P_t) b_{t+1}}{P_t} = b_{t+1} + \pi_{t+1} b_{t+1}$$

Onde $\pi_{t+1} = \frac{\Delta P_{t+1}}{P_t} = \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t}$

$$\frac{\Delta B_{t+1}}{P_t} = (1 + \pi_{t+1}) b_{t+1} - b_t$$

$$\frac{\Delta M_{t+1}}{P_t} = (1 + \pi_{t+1}) m_{t+1} - m_t$$

Onde $m_t = \frac{M_t}{P_t}$

Chegamos:

$$(1+\pi_{t+1})b_{t+1} - b_t + (1+\pi_{t+1})m_{t+1} - m_t + c_t = x_t + R_t b_t \tag{2.3}$$

A restrição orçamentária real também pode ser escrito como:

$$(1+\pi_{t+1})b_{t+1} - (1+\pi_{t+1})b_t + (1+\pi_{t+1})b_t - b_t + (1+\pi_{t+1})m_{t+1} - m_t + c_t = x_t + R_t b_t$$

$$(1+\pi_{t+1})(b_{t+1} - b_t) + (1+\pi_{t+1})b_t - b_t + (1+\pi_{t+1})m_{t+1} - m_t + c_t = x_t + R_t b_t$$

$$(1+\pi_{t+1})\Delta b_{t+1} + (1+\pi_{t+1})b_t - b_t + (1+\pi_{t+1})m_{t+1} - m_t + c_t = x_t + R_t b_t$$

$$(1+\pi_{t+1})\Delta b_{t+1} + b_t + \pi_{t+1}b_t - b_t + (1+\pi_{t+1})m_{t+1} - m_t + c_t = x_t + R_t b_t$$

$$(1+\pi_{t+1})\Delta b_{t+1} + (1+\pi_{t+1})m_{t+1} - m_t + c_t = x_t + R_t b_t - \pi_{t+1}b_t$$

$$(1+\pi_{t+1})\Delta b_{t+1} + (1+\pi_{t+1})m_{t+1} - m_t + c_t = x_t + (R_t - \pi_{t+1})b_t$$

$$(1+\pi_{t+1})\Delta b_{t+1} + (1+\pi_{t+1})m_{t+1} - m_t + c_t = x_t + r_{t+1}b_t$$

$$(1+\pi_{t+1})\Delta b_{t+1} + (1+\pi_{t+1})\Delta m_{t+1} - (1+\pi_{t+1})m_t + (1+\pi_{t+1})m_t - m_t + c_t = x_t + r_{t+1}b_t$$

$$(1+\pi_{t+1})\Delta b_{t+1} + (1+\pi_{t+1})\Delta m_{t+1} + (1+\pi_{t+1})m_t - m_t + c_t = x_t + r_{t+1}b_t$$

$$(1+\pi_{t+1})\Delta b_{t+1} + (1+\pi_{t+1})\Delta m_{t+1} + c_t = x_t + r_{t+1}b_t \ - \pi_{t+1}m_t$$

$$(1+\pi_{t+1})[\Delta b_{t+1} + \Delta m_{t+1}] + c_t = x_t + r_{t+1}b_t \ - \pi_{t+1}m_t \tag{2.4}$$

Comparando (2.4) com (2.3), notamos que o total de ativos real pode ser representado por $a_t = b_t + m_t$, a taxa de retorno real dos títulos é representado por $r_{t+1} = \frac{(1+R_{t)}}{(1+\pi_{t+1})} - 1 \cong R_t - \pi_{t+1}$, e a taxa de retorno real da moeda é $-\pi_{t+1}$ (estamos assumindo uma previsão perfeita).

Na ausência de previsão perfeita, a definição da taxa de juros reais, que PE associado ao Fisher, é um pouco diferente, pois deve ser usado o conceito de inflação esperada futura, dessa forma a nova definição seria: $r_{t+1} = R_t - E_t\pi_{t+1}$.

Assumindo que a inflação seja positiva, a taxa de retorno real da moeda é negativa. Isso porque a moeda tem uma taxa nominal de retorno igual a zero e, portanto, a moeda perde seu poder de compra devido a inflação. A queda do valor da moeda é o efeito do imposto inflacionário, que diz respeito a renda da senhoriagem, para quem tem a capacidade de emitir moeda (governo).

No equilíbrio estático todos os estoques reais são constantes, incluindo o estoque real de títulos e de moeda. Isso implica que $\Delta b = \Delta m = 0$, mas π não é necessariamente igual a zero. Se a taxa de crescimento do estoque de moeda nominal for igual a $\frac{\Delta M}{M} = \mu$, (sendo μ igual a taxa de crescimento da moeda) então:

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{\Delta M}{M} - \frac{\Delta P}{P} = \mu - \pi \qquad (2.5)$$

Implica que no equilíbrio $\pi = \mu$. Essa condição de equilíbrio deve ser interpretada com cuidado. Se o crescimento da moeda for exógeno, então a inflação no longo prazo será igual a taxa de crescimento da moeda. Mas se a inflação é determinada endogenamente, como nas metas de inflação, no longo prazo o crescimento da moeda é igual a essa taxa de inflação. Não é possível distinguir entre essas duas maneiras de conduzir a política monetária a partir dessa condição de equilíbrio.

CAPÍTULO 3

Modelo de Demanda de Moeda – CIA

No capítulo anterior foi abordado, a partir da restrição orçamentária das famílias, que a retenção de moeda impõe um custo real. Então porque as famílias retêm moeda? A razão usual é: redução do custo de transação que proporciona um armazenamento de valor e unidade de conta. O modelo conhecido como "cash-in-advance" – (CIA), foca exclusivamente na demanda de moeda por transação. Vamos analisar a teoria de demanda de moeda mais simples apresentada em Wickens (2008), baseado em Clower (1967) e Lucas (1980).

Assume-se que os produtos e serviços são pagos por meio de moeda no ato da compra. De fato, como a economia usualmente opera com menos moeda que o total de gasto nominal, a quantidade de moeda necessária é menor que o total de gasto nominal. Por simplicidade, entretanto, vamos assumir que a retenção de moeda é igual ao total de gasto. Nesse caso, a demanda nominal de moeda é:

$$M_t^D = P_t c_t \tag{3.1}$$

Portanto a demanda real de moeda é:

$$m_t^D = \frac{M_t^D}{P_t} = c_t \tag{3.2}$$

Assumimos que a oferta de moeda, M_t^S, é determinada exogenamente. O equilíbrio do mercado de moeda implica que $M_t^D = M_t^S = M_t$.

O problema das famílias é maximizar $\sum_{s=0}^{\infty} \beta^S U(c_{t+s})$ com respeito a $\{c_{t=s}, b_{t+s+1}, m_{t+s+1}; s \geq 0\}$ sujeito a sua restrição orçamentária, representada pela equação (2.3) e a demanda real de moeda.

Processo de Decisão das Famílias:

$$\max_{\{c_{t+s}, b_{t+s}, m_{t+s}\}} \sum_{s=0}^{\infty} \beta^S U(c_{t+s})$$

Sujeito:

$$(1+\pi_{t+s+1})b_{t+s+1} - b_{t+s} + (1+\pi_{t+s+1})m_{t+s+1} - m_{t+s} + c_{t+s} = x_{t+s} + R_{+st}b_{t+s}$$

$$m_{t+s} = c_{t+s}$$

Função de Lagrange do processo de decisão das famílias:

$$L(c_{t+s}, b_{t+s}, m_{t+s}) =$$

$$\sum_{s=0}^{\infty}\{ \beta^S U(c_{t+s}) + \lambda_{t+s}[x_{t+s} + (1+R_{t+s})b_{t+s} - (1+\pi_{t+s+1})(b_{t+s+1} + m_{t+s+1}) + m_{t+s}$$

$$-c_{t+s}]\} + \sum_{s=0}^{\infty}\{\mu_{t+s}[m_{t+s} - c_{t+s}]\}$$

Condições de Primeira Ordem (CPO)

$$\frac{\partial L}{\partial c_{t+s}} = \beta^S U^{'}(c_{t+s}) - \lambda_{t+s} - \mu_{t+s} = 0 \qquad s \geq 0 \tag{3.3}$$

$$\frac{\partial L}{\partial b_{t+s}} = \lambda_{t+s}(1 + R_{t+s}) - \lambda_{t+s-1}(1 + \pi_{t+s}) = 0 \qquad s \geq 0 \tag{3.4}$$

$$\frac{\partial L}{\partial m_{t+s}} = \lambda_{t+s} - \lambda_{t+s-1}(1 + \pi_{t+s}) + \mu_{t+s} = 0 \qquad s \geq 0 \tag{3.5}$$

Subtraindo (3.5) de (3.4):

$$\mu_{t+s} + \lambda_{t+s} - \lambda_{t+s}(1 + R_{t+s}) = 0$$

$$\mu_{t+s} = \lambda_{t+s} R_{t+s} \qquad s = 1,2,3 \ldots \tag{3.6}$$

Portanto:

$$\beta^S U'(c_{t+s}) - \lambda_{t+s} - \lambda_{t+s} R_{t+s} = 0$$

$$\beta^S U^{'}(c_{t+s}) = \lambda_{t+s}(1 + R_{t+s}) \tag{3.7}$$

A partir de (3.4) obtemos:

$$\lambda_{t+s}(1 + R_{t+s}) = \lambda_{t+s-1}(1 + \pi_{t+s})$$

$$\lambda_{t+s+1}(1 + R_{t+s+1}) = \lambda_{t+s}(1 + \pi_{t+s+1})$$

$$\frac{\lambda_{t+s+1}}{\lambda_{t+s}} = \frac{1 + \pi_{t+s+1}}{1 + R_{t+s+1}} \tag{3.8}$$

A partir de (3.7) a equação de Euler no período (t+1) será:

$$\frac{\beta U'(c_{t+1})}{U'(c_t)} = \frac{\lambda_{t+1}(1+\mathrm{R}_{t+1})}{\lambda_{\mathrm{t}}(1+\mathrm{R}_{\mathrm{t}})}$$

A partir de (3.8) teremos:

$$\frac{\beta U'(c_{t+1})}{U'(c_t)} = \frac{1+\pi_{t+1}}{1+R_t}\frac{(1+\mathrm{R}_{t+1})}{(1+\mathrm{R}_{\mathrm{t}})}$$

$$\frac{\beta U'(c_{t+1})}{U'(c_t)} = \frac{1+\pi_{t+1}}{1+R_t}$$

$$\frac{\beta U'(c_{t+1})}{U'(c_t)}\frac{1+R_t}{1+\pi_{t+1}} = 1 \tag{3.9}$$

Ou a equação de Euler pode ser reescrita como:

$$\frac{\beta U^{'(c_{t+1})}}{U^{'(c_t)}}(1+r_{t+1}) = 1 \tag{3.10}$$

Esse é o mesmo resultado (3.10) para a economia real, uma economia descentralizada sem moeda, capítulo 4 em Wickens (2008).

Agora vamos considerar as soluções para c_t e m_t. No equilíbrio de longo prazo, $\Delta c_t = \Delta m_t = 0$, que implica em $r_{t=\theta}$, onde $\beta = \frac{1}{(1+\theta)}$, e a demanda de moeda no curto prazo e no longo prazo é $m_t = c_t$.

A partir de (3.10) e $\Delta c_t = \Delta m_t = 0$, teremos, $c_{t+1} = c_t \Rightarrow U'(c_{t+1}) = U'(c_t)$.

$$\beta(1 + r_{t+1}) = 1$$

$$1 + r_{t+1} = \frac{1}{\beta}$$

$$r_{t+1} = \frac{1}{\beta} - 1$$

$$r_{t+1} = \theta$$

A solução para o consumo no curto prazo é semelhante à análise anterior. Assumir por simplicidade que R_t e π_t sejam constantes, e a restrição orçamentária das famílias é igual a equação (2.3):

$$(1 + \pi)(b_{t+1} + m_{t+1}) + c_t = x_t + (1 + R)b_t + m_t \tag{3.11}$$

Ou considerando $a_t = b_t + m_t$

$$(1 + \pi)a_{t+1} + c_t - x_t = Rb_t + b_t + m_t$$

$$(1 + \pi)a_{t+1} + c_t - x_t = Rb_t + a_t$$

$$(1 + \pi)a_{t+1} + c_t - x_t = R(a_t - m_t) + a_t$$

$$(1 + \pi)a_{t+1} + c_t - x_t = (1 + R)a_t - Rm_t$$

$$(1 + R)a_t = c_t - x_t + Rm_t + (1 + \pi)a_{t+1}$$

$$a_t = \frac{1}{1 + R}(c_t - x_t + Rm_t) + \left(\frac{1 + \pi}{1 + R}\right)a_{t+1} \tag{3.12}$$

Eliminando $a_{t+1}, a_{t+2}, ...$, podemos obter a restrição orçamentária intertemporal, é considerado o valor dos ativos no tempo presente.

$$a_t = \frac{1}{1+R}(c_t - x_t + Rm_t) + \left(\frac{1+\pi}{1+R}\right) a_{t+1}$$

$$a_{t+1} = \frac{1}{1+R}(c_{t+1} - x_{t+1} + Rm_{t+1}) + \left(\frac{1+\pi}{1+R}\right) a_{t+1+1}$$

$$a_{t+2} = \frac{1}{1+R}(c_{t+2} - x_{t+2} + Rm_{t+2}) + \left(\frac{1+\pi}{1+R}\right) a_{t+1+2}$$

. . .

$$a_{t+n-1} = \frac{1}{1+R}(c_{t+n-1} - x_{t+n-1} + Rm_{t+n-1}) + \left(\frac{1+\pi}{1+R}\right) a_{t+1+n}$$

$$a_t = \left(\frac{1+\pi}{1+R}\right) a_{t+1} + \left(\frac{1+\pi}{1+R}\right)^2 a_{t+2} + \cdots + \left(\frac{1+\pi}{1+R}\right)^{n-1} a_{n-1}$$

Generalizando:

$$a_t = \frac{1}{1+R}\sum_{s=0}^{n-1}\left(\frac{1+\pi}{1+R}\right)^s (c_{t+s} - x_{t+s} + Rm_{t+s}) + \left(\frac{1+\pi}{1+R}\right)^n a_{t+n} \qquad (3.13)$$

Se $r = R - \pi > 0$, então a condição de transversalidade é:

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1+\pi}{1+R}\right)^n a_{t+n} = 0$$

E deve ser respeitada, portanto:

$$a_t = \frac{1}{1+R}\sum_{s=0}^{\infty}\left(\frac{1+\pi}{1+R}\right)^S (c_{t+s} - x_{t+s} + Rm_{t+s}) \tag{3.14}$$

Se assumir que c_t e m_t estão no equilíbrio no longo prazo, então $c_{t+s} = c_t$ e $m_{t+s} = m_t$ para $s \geq 0$ (estamos diante da soma de uma série infinita); portanto:

$$b_t + m_t = \frac{1}{1+R}\sum_{s=0}^{\infty}\left(\frac{1+\pi}{1+R}\right)^S (-x_{t+s}) + \frac{1}{1+R}\left(\frac{c_t}{1-\frac{1+\pi}{1+R}} + \frac{Rm_t}{1-\frac{1+\pi}{1+R}}\right)$$

$$b_t + m_t = \frac{1}{1+R}\sum_{s=0}^{\infty}\left(\frac{1+\pi}{1+R}\right)^S (-x_{t+s}) + \frac{c_t}{r} + \frac{Rm_t}{R-\pi}$$

$$b_t + m_t = \frac{1}{1+R}\sum_{s=0}^{\infty}\left(\frac{1+\pi}{1+R}\right)^S (-x_{t+s}) + \frac{c_t}{r} + \frac{(r+\pi)m_t}{r}$$

$$\frac{c_t}{r} = \frac{1}{1+R}\sum_{s=0}^{\infty}\left(\frac{1+\pi}{1+R}\right)^S (-x_{t+s}) + b_t + \frac{rm_t - rm_t - \pi m_t}{r}$$

$$\frac{c_t}{r} = \frac{1}{1+R}\sum_{s=0}^{\infty}\left(\frac{1+\pi}{1+R}\right)^S (-x_{t+s}) + b_t - \frac{\pi m_t}{r}$$

$$c_t \cong \frac{1}{1+R}\sum_{s=0}^{\infty}\frac{x_{t+s}}{(1+R)^S} + b_t - \frac{\pi m_t}{r}$$

$$c_t \cong \frac{1}{1+R}\sum_{s=0}^{\infty}\frac{x_{t+s}}{(1+R)^S} + rb_t - \pi m_t \tag{3.15}$$

Se, além disso, $x_{t+s} = x_t$, para $s \geq 0$, obtemos a função de consumo no longo prazo (novamente estamos diante da soma de uma série infinita).

$$c_t = \frac{r}{1+r}\left(\frac{x_t}{1-\frac{1}{1+r}}\right) + rb_t - \pi m_t$$

$$c_t = \frac{r}{1+r}\left(\frac{x_t}{\frac{1+r-1}{1+r}}\right) + rb_t - \pi m_t$$

$$c_t = x_t + rb_t - \pi m_t \qquad (3.16)$$

No equilíbrio (restrição do modelo) temos, $c_t = m_t$, portanto:

$$c_t = x_t + rb_t - \pi c_t$$

$$c_t = \frac{x_t + rb_t}{1+\pi} \qquad (3.17)$$

A equação (3.16) mostra que quando a inflação é positiva, um maior estoque real de moeda, irá levar a um menor consumo. Isso implica que tendo que pagar o consumo em dinheiro, introduzimos a não neutralidade na economia. Isso porque a variável nominal (inflação) afeta a variável real (consumo) devido a perda do poder aquisitivo ao reter moeda quando a inflação é diferente de zero. A partir desse ponto, pode ser estudada a super-neutralidade da moeda, que é analisada em Wickens (2008). A equação (3.17) mostra que pelo fato de haver apenas pagamento em dinheiro, uma maior inflação, irá diminuir o consumo, dada uma certa renda total $(x_t + rb_t)$.

CAPÍTULO 4

Moeda na função Utilidade – MIU

4.1 Modelagem:

Assumimos a partir do exposto nos capítulos anteriores, que as famílias consideram que o benefício em reter moeda está incluído como argumento na sua função utilidade. Isso é chamado de "Money in the utility (MIU) model" e é derivado de Sidrauski (1967). Esse próximo modelo de demanda de moeda oferece alguma justificativa para isso.

Certa característica do "cash-in-advance model" é que a demanda por moeda não é sensível a taxa de juros. No modelo MIU é permitido que o custo de oportunidade em reter a moeda seja em termos de taxa de juros. É mostrado que isso faz com que a demanda por moeda seja sensível a esta taxa.

Consideramos que a função utilidade das famílias seja:

$$U(c_t, m_t), U_c > 0, U_{cc} \leq 0, U_m > 0, U_{mm} \leq 0 \tag{4.1}$$

Implicando que ao reter mais moeda, há um aumento na utilidade. Também nota-se que m_t é uma variável predeterminada no período t, onde m_{t+1}, é em parte, resultado de decisões tomadas no período t.

Desta forma, escrevemos o problema das famílias que buscam maximizar:

$$V_t = \sum_{0}^{\infty} \beta^S U(c_{t+s}, m_{t+s}) \tag{4.2}$$

Sujeito a restrição orçamentária das famílias representada pela equação (2.3)

$$(1+\pi_{t+1})b_{t+1} - b_t + (1+\pi_{t+1})m_{t+1} - m_t + c_t = x_t + R_t b_t$$

$$\pi_{t+1}b_{t+1} + \pi_{t+1}m_{t+1} + b_{t+1} + m_{t+1} + c_t = x_t + R_t b_t + b_t + m_t$$

$$(1+\pi_{t+s+1})(b_{t+s+1} + m_{t+s+1}) + c_{t+s} = x_{t+s} + (1+R_{t+s})b_{t+s} + m_{t+s} \qquad (4.3)$$

Função de Lagrange no modelo:

$$L = L(c_{t+s}, b_{t+s}, m_{t+s})$$

$$\begin{aligned} L = \sum_{s=0}^{\infty} \{\beta^S U(c_{t+s}, m_{t+s}) \\ &+ \lambda_{t+s}\lfloor x_{t+s} + (1+R_{t+s})b_{t+s} + m_{t+s} \\ &- (1+\pi_{t+s+1})(b_{t+s+1} + m_{t+s+1}) - c_{t+s}\rfloor\} \end{aligned} \qquad (4.4)$$

Condições de primeira Ordem (CPO)

$$\frac{\partial L}{\partial c_{t+s}} = \beta^S U'(c_{t+s}) - \lambda_{t+s} = 0, \qquad s > 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial b_{t+s}} = \lambda_{t+s}(1+R_{t+s}) - \lambda_{t+s-1}(1+\pi_{t+s}) = 0 \qquad s > 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial m_{t+s}} = \beta^S U'(m_{t+s}) + \lambda_{t+s} - \lambda_{t+s-1}(1+\pi_{t+s}) = 0 \qquad s > 0$$

Considerando a segunda e a terceira equação das CPO, subtraindo CPO para moeda e considerando $s = 1$, teremos:

$$\beta^S U'(m_{t+s}) + \lambda_{t+s} - \lambda_{t+s}(1 + \mathrm{R}_{t+s}) = 0$$

$$\beta^S U'(m_{t+1}) = \lambda_{t+1}\mathrm{R}_{t+1}$$

Combinando essa última equação com a primeira equação das CPO, teremos:

$$\beta^S U'(c_{t+s}) = \lambda_{t+1}$$

$$\lambda_{t+1} = \frac{\beta^S U'(m_{t+1})}{\mathrm{R}_{t+1}}$$

$$U(m_{t+1}) = U(c_{t+1})\mathrm{R}_{t+1} \tag{4.5}$$

O lado esquerdo da equação mede a utilidade adicional proporcionado a retenção de uma unidade a mais de moeda no início do período $t + 1$. O lado direito apresenta o custo da retenção da moeda, representado pela perda da taxa de juros ao longo do período t, ao reter moeda em vez de possuir título, e portanto a perda do consumo no período $t + 1$ é avaliado pela utilidade marginal do consumo no período $t + 1$.

Para ilustrar que tipo de função de demanda irá surgir ao considerar uma forma específica da função utilidade segundo Wickens (2008).

$$U(c_t, m_t) = \frac{{c_t}^{1-\sigma} - 1}{1 - \sigma} + \eta\left(\frac{{\mathrm{m}_\mathrm{t}}^{1-\sigma} - 1}{1 - \sigma}\right) \tag{4.6}$$

A equação (4.5) terá a seguinte forma:

$$\eta \mathrm{m_t}^{-\sigma} = c_t{}^{-\sigma} R_t$$

$$\eta \mathrm{m_{t+1}}^{-\sigma} = c_{t+1}{}^{-\sigma} R_{t+1} \tag{4.7}$$

A demanda real por moeda é portanto:

$$\left(\frac{c_{t+1}}{\mathrm{m_{t+1}}}\right)^{\sigma} = \frac{R_{t+1}}{\eta}$$

$$\mathrm{m}^{\sigma}{}_{\mathrm{t+1}} = c^{\sigma}{}_{t+1} \frac{\eta}{R_{t+1}}$$

$$\mathrm{m_{t+1}} = c_{t+1} \left(\frac{\eta}{R_{t+1}}\right)^{\frac{1}{\sigma}}$$

$$\mathrm{m_{t+1}} = c_{t+1} \left(\frac{R_{t+1}}{\eta}\right)^{\frac{-1}{\sigma}} \tag{4.8}$$

Desta forma, um aumento da taxa de juros nominal ($\mathrm{R_{t+1}}$), irá reduzir a demanda real de moeda.

A demanda de moeda nominal é representada por:

$$\mathrm{m_{t+1}} = \frac{M_{t+1}}{P_{t+1}}$$

$$M_{t+1} = P_{t+1}c_{t+1}\left(\frac{R_{t+1}}{\eta}\right)^{\frac{-1}{\sigma}} \tag{4.9}$$

Isso pode ser comparado com a função de demanda por moeda do modelo CIA, que é representado apenas por:

$$M_{t+1} = P_{t+1}c_{t+1}$$

Portanto, um aumento da taxa de juros irá reduzir a demanda nominal de moeda. Notar que se o título seja livre de risco, então R_{t+1} é conhecido no período t. Isso implica que a taxa livre de risco no período t afeta a quantidade de demanda de moeda no início do período $t+1$.

As CPO para o consumo e para o título (a primeira e a segunda equação das CPO) representa a mesma equação de EULER encontrada no modelo CIA (equação 3.10, quando $\pi_{t+s} = 0$).

$$\beta^S U_{c,t+s} = \lambda_{t+s}$$

$$\beta^{S-1} U_{c,t+s-1} = \lambda_{t+s-1}$$

$$\beta^{S-1} U_{c,t+s-1} = \frac{\lambda_{t+s}(1 + \mathrm{R_{t+s}})}{1 + \mathrm{\pi_{t+s}}}$$

$$\frac{U_{c,t+s}}{\beta^{S-1} U_{c,t+s-1}} = \frac{\lambda_{t+s}}{\frac{\lambda_{t+s}(1 + \mathrm{R_{t+s}})}{1 + \mathrm{\pi_{t+s}}}}$$

$$\frac{\beta^S U_{c,t+s}}{U_{c,t+s-1}} \frac{1 + \mathrm{R_{t+s}}}{1 + \mathrm{\pi_{t+s}}} = 1 \tag{4.10}$$

Onde R_{t+s} representa a taxa de retorno nominal do título no período $t+s$. $r_{t+1} \approx R_t - \pi_{t+1}$: representa a taxa de retorno real do título.

Consequentemente, além da dependência da moeda com relação a taxa de juros, as soluções no equilíbrio de longo prazo para o consumo e para a demanda de moeda são similares as soluções do modelo CIA.

Para uma escolha adequada do fator de escala, na qual $\left(\frac{R_{t+1}}{\eta}\right)^{\frac{-1}{\sigma}} < 1$, a demanda real de moeda no Modelo MIU pode ser menor que no modelo CIA. Ao diminuir a demanda real por moeda reduz o custo da retenção de moeda relativo ao modelo CIA.

Outra instituição a respeito desses resultados pode ser obtido considerando primeiro um pequeno aumento na moeda no período $t+1$ de dm_{t+1}, levando que a utilidade no período $t+1$ não seja alterada. Isso implica que:

$$U_t = U(c_t, m_t)$$

$$dU_{+1t} = Uc_{t+1}dc_{t+1}, Um_{t+1}dm_{t+1} = 0$$

E ,portanto, o ganho na utilidade ao reter mais moeda, $Um_{t+1}dm_{t+1}$, é igual a perda da utilidade provocado pela diminuição do consumo. Isso é representado a seguir:

$$dc_{t+1} = -\frac{Um_{t+1}}{Uc_{t+1}}dm_{t+1} \tag{4.11}$$

A restrição orçamentária intertemporal de dois períodos obtido a partir de (2.3) é representado abaixo:

$$(1+\pi_{t+1})b_{t+1} - b_t + (1+\pi_{t+1})m_{t+1} - m_t + c_t = x_t + R_t b_t$$

$$\begin{aligned}(1+\pi_{t+1})(1+\pi_{t+2})(b_{t+1}+m_{t+2}) + (1+\pi_{t+1})c_{t+1} + (1+\mathrm{R_{t+s}})\mathrm{c_t} \\ = (1+\pi_{t+1}) + (1+\mathrm{R_{t+s}})\mathrm{x_t} + (1+\mathrm{R_{t+s}})(1+\mathrm{R_{t+s}})(\mathrm{b_t}+\mathrm{m_t}) \\ - (1+\pi_{t+1})R_{t+1}m_{t+1} - (1+R_{t+1})R_t m_t\end{aligned}$$

Fazendo a diferenciação da equação acima permanecendo tudo constante, com exceção de c_{t+1} e m_{t+1}, chegamos a variação de c_{t+1}.

$$(1+\pi_{t+1})dc_{t+1} = -(1+\pi_{t+1})R_{t+1}dm_{t+1}$$

$$dc_{t+1} = -dm_{t+1}R_{t+1}$$

A equação acima informa que o acréscimo no consumo amanhã é igual a renda gerada da diminuição na retenção da moeda. Portanto, o acréscimo da utilidade devido a retenção da moeda deve ser igual ao acréscimo da utilidade gerada pelo aumento no consumo.

$$U = U(c_t, m_t)$$

$$dU = U_{ct}dc_t + U_{mt}dm_t$$

$$U_{m,t+1} = U_{c,t+1}R_{t+1} \tag{4.12}$$

$$U_{mt} = -\frac{d_{ct}}{d_{mt}} U_{ct}$$

Que é igual a equação (4.5)

Agora consideramos o efeito de uma pequena redução em c_t na magnitude dc_t, e uma mudança em c_{t+1} e m_{t+1}, que faz com que V_t permaneça constante:

$$V_t = U(c_t, m_t)$$

$$dV = U_{c,t}dc_t + \beta\big(U_{c,t+1}dc_{t+1} + U_{m,t+1}dm_{t+1}\big) = 0$$

$$-U_{c,t}dc_t = \beta\big(U_{c,t+1}dc_{t+1} + U_{m,t+1}dm_{t+1}\big) \qquad (4.13)$$

A perda na utilidade no período t deve, portanto, ser compensada pelo ganho na utilidade no período t+1, a partir do acréscimo no consumo ou na retenção de moeda. Fazendo a diferenciação parcial na restrição orçamentária em dois períodos, com relação a c_{t+1}, dc_t, m_{t+1}, teremos:

$$(1 + \pi_{t+1})dc_{t+1} + (1 + R_t)dc_t = (1 + \pi_{t+1})R_{t+1}dm_{t+1}$$

Portanto:

$$dc_{t+1} = -\frac{1 + R_t}{1 + \pi_{t+1}} dc_t - R_{t+1}dm_{t+1} \qquad (4.14)$$

Implica que para cada unidade de consumo reduzido no período t, haverá um aumento no consumo no período t+1 e de $1 + r_{t+1}$ menos o custo de aumento na retenção de moeda no período t+1. Substituindo dc_{t+1} na equação (4.13) teremos:

$$-U_{c,t}dc_t = \beta\left(U_{c,t+1}\left(-\frac{1+R_t}{1+\pi_{t+1}}dc_t - R_{t+1}dm_{t+1}\right) + U_{m,t+1}dm_{t+1}\right)$$

$$-U_{c,t}dc_t = -\beta\frac{1+R_t}{1+\pi_{t+1}}U_{c,t+1}dc_t + \beta\left(U_{m,t+1} - R_{t+1}U_{c,t+1}\right)dm_{t+1} \tag{4.15}$$

A partir da equação (4.5), o último termo será igual a zero, o que nos leva novamente a equação de Euler.

$$-U_{c,t}dc_t = -\beta\frac{1+R_t}{1+\pi_{t+1}}U_{c,t+1}dc_t$$

$$\frac{\beta U_{c,t+1}}{U_{c,t}}(1 + r_{t+1}) = 1$$

4.2 MIU no caso brasileiro:

Depois de estudado e derivado todo o Modelo “Moeda na função Utilidade” (MIU), verificamos a incidência do MIU para o caso brasileiro. No paper “*Real Balances in the Utility Function*: evidence dor Brazil de Leonardo Soriano de Alencar e Márcio I. Nakane” (2003) foi testada a relevância do modelo para o Brasil.

Neste teste empírico, as condições de primeira ordem para uma otimização temporal, são estimadas pelo método generalizado de momentos (GMM), uma técnica econométrica, para um agente representativo que deriva a utilidade para consumo, lazer e saldos reais das famílias.

A presença do MIU captura a importancia de liquidez associada para a população. A moeda tem o papel de reduzir as fricções nas transações economicas o que beneficia e maximiza a utilidade dos agentes.

Quando a escolha trabalho-lazer é endógena, não é possível obter um isomorfismo a partir da redefinição da variável consumo. Sob tais condições, o modelo prevê que o aumento na taxa de crescimento da moeda leva a uma queda no estoque de capital, trabalho, consumo e no bem estar das famílias.

Verificações de robustez foram realizadas para diferentes definições de taxas de juros, diferentes tratamentos para sazonalidades, diferentes matrizes de ponderação e diferentes funções de utilidade. Em nenhum dos casos, o modelo foi rejeitado pelos níveis de significância adotados. Além disso, o coeficiente estimado para os saldos das famílias foi considerado robusto para tais variações.

Segundo os autores Leonardo Soriano de Alencar e Márcio I. Nakane (2003), a principal contribuição do trabalho foi encontrar evidências favoráveis para a economia brasileira de que os equilíbrios reais desempenham um papel positivo para o bem-estar dos agentes.

O modelo, formado pelas condições de primeira ordem do problema intertemporal doméstico (equações de Euler), estimado pelo método generalizado de momentos (GMM), mostra um forte apoio à presença de moeda na função de utilidade para o Brasil.

CAPÍTULO 5

Conclusão:

Após o desenvolvimento do trabalho, podemos concluir que a moeda tem função de meio de troca, reduz os custos de transações associado entre os agentes e maximiza a utilidade e o lazer avaliado pelas famílias.

No primeiro modelo, Modelo de Demanda de Moeda (CIA), a moeda permite uma suavização de consumo intertemporal, sendo este o melhor ativo financeiro disponível na economia para este fim. Este modelo explica a moeda apenas como meio de transação. Podemos comparar o papel da moeda neste modelo como a função do óleo no motor, que evita gastos excessivos da parte mecânica, diminuído o atrito e evitando que impurezas permaneçam no seu interior.

Esta comparação é razoável quando chegamos as conclusões do modelo CIA, pois, a moeda facilita a troca de bens e serviços. Como foi apresentado na introdução da monografia, a moeda emergiu com este fim, visto que o custo para fazer a troca de produtos, ou escambo como foi chamado na época, era muito elevado, sendo necessário conciliar os desejos de demandantes e ofertantes para concretizar a transação.

Em termos matemáticos, o Modelo de Demanda de Moeda, nos permitiu inserir a inflação na análise, que é de extrema relevância para o modelo. Como observamos na restrição nominal das famílias no capítulo I, a taxa de retorno de moeda é inversamente proporcional a inflação, ou seja, ela é negativa. Quando existe uma da taxa de inflação positiva na economia, um aumento da quantidade de moeda vai refletir sobre diminuição do consumo das famílias, devido a perda do poder aquisitivo ao reter moeda. Portanto, neste modelo introduzimos a não neutralidade da moeda na economia.

Já o segundo modelo, Moeda como Utilidade (MIU), permite inserir na análise a taxa de juros, que segundo os cálculos demonstrados nessa tese, é inversamente proporcional a demanda de moeda pelas famílias.

Outra característica da moeda que é analisada no modelo MIU é a moeda como reserva de riqueza para transferir consumo ao longo do tempo. Chega-se assim à conclusão, a partir da derivação da função Utilidade das famílias, de que a moeda aumenta a utilidade das famílias a partir do aumento da liquidez e redução dos custos de transação.

Uma vez que uma taxa de inflação positiva reduz o valor real das participações monetárias nominais, pode parecer da restrição orçamentária familiar que isso introduz uma não-neutralidade no modelo MIU. Este modelo, quando analisado empiricamente o caso brasileiro, confirma a presença da moeda na função utilidade da população, o que reforça a relevância deste tema economico.

BIBLIOGRAFIA

[1] HELLWIG C.. **Money, Intermediaries, and Cash-in-Advance Constraints**. , 45pp.Maio/1999.

[2] NAKANE, L.S. **Real Balances in the Utillity Function: Evidence for Brazil**. Working Paper Series, n. 68, 30pp, fev. 2003.

[3] PLOEG F., HEIJDRA B.J. . **The foundations of modern macroeconomics**. 311pp-402pp, 2002.

[4] SIDRAUSKI, Miguel. **Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy. The American Economic Review**, v. 57, mai./05. 1967.

[5] WICKENS, M.. Macroeconomic theory: **A Dynamic Equilibrium Approach,** Princtow University Press. 2008. 489pp.

[6] DIBA, Behzad. **Monetary Theory: Models of Money Demand**, University of Bern. Março 2011

[7] HENDRICKS, Lutz. **Cash-in-Advance Model**, Setembro 2016

[8] COOLEY and HANSEN [T.F. Cooley and G.D. Hansen (1989) "**The Inflation Tax in a Real Business Cycle Mode**l", The American Economic Review, 79(4), pp.733–48]

[9] GOME, P. **Antecipated Inflation in a Neoclassical Growth Model with a Cash-in Advance Constraint**. Reasearch Department, Federal Reserve Banck of Cleaveland, 11pp. mai./ago. 1997.

[10] CHU, C. and COZZI, G.. **R&D and Economic Growth in a Cash-in-Advance Economy**.23pp. Abril 2013.